



آزمون حلی سنج یک - دفترچه سوالات ۱ - رشته ریاضی - دوازدهم

مدت پاسخگویی: ۶۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۰

عنوان موارد امتحانی آزمون اختصاصی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۶۰ دقیقه

مدیر گروه	رسول دهقان	
مسئول آزمون	آرش ایرانشاهی	
مسئولین اجرایی	فرهاد کرد - مجتبی خلیلی	
صفحه آراء و مسئول تکنولوژی	محمد باقرزاده	
نام درس	طراحان (اساتید)	ویراستاران (آقایان)
ریاضی و حسابان	حسین شفیعزاده	امیر حسین سعادت
آمار و احتمال و گسسته	علیرضا شریف خطیبی احسان ایزدپناه	امیر حسین سعادت محمد حسین اوصالی
هندسه	صبا مهدوی	

 @hellisanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

محل انجام محاسبات

۱- در دنباله حسابی ... $4+2a$, b , $12-2a$ واسطه هندسی بین جملات دوم و هجدهم برابر ۲۴ است مجموع ۲۰ جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۵۶۰ (۲) ۶۸۰ (۳) ۷۲۰ (۴) ۸۴۰

۲- در یک دنباله حسابی غیر ثابت مجموع ده جمله اول، چهار برابر جمله دهم است. جمله پنجم این دنباله، چند برابر جمله اول آن است؟

- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{11}{4}$ (۳) $\frac{11}{3}$ (۴) $\frac{7}{4}$

۳- در الگوی شکل زیر، در شکل بیستم، چند درصد دایره‌ها رنگ شده‌اند؟



- (۱) (۲) (۳) (۴)

- (۱) $54/5$ (۲) $52/5$ (۳) $56/5$ (۴) $58/5$

۴- اگر دنباله ... $4, b, a, 40, \dots$ حسابی و دنباله ... $b, a, 40, \dots$ هندسی باشد، مجموع قدرنسبت‌های دو دنباله چقدر است؟ ($a < 0$)

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۴ (۳) ۳۰ (۴) ۲۸

۵- دهمین جمله الگوی درجه دوم ... $4, a, 18, b, 48, \dots$ با چندمین جمله دنباله حسابی ... $a, b+1, \dots$ برابر است؟

- (۱) هفتمین (۲) هشتمین (۳) نهمین (۴) دهمین

۶- جملات اول، دوم و پنجم یک دنباله حسابی به ترتیب برابر سه جمله ابتدایی یک الگوی درجه دوم‌اند. جمله پنجم الگوی درجه دوم، با جمله چندم دنباله حسابی برابر است؟

- (۱) پانزدهم (۲) شانزدهم (۳) هفدهم (۴) هجدهم

۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $ax^2 + 3x - 2 = 0$ و $\frac{\beta^2}{\alpha}$ و $\frac{\alpha^2}{\beta}$ ریشه‌های معادله $8x^2 + bx - 8 = 0$ باشند، مقدار b کدام است؟

- (۱) -۶۳ (۲) -۶۵ (۳) -۳۱ (۴) -۳۳

۸- خط $x=2$ محور تقارن سهمی $y = ax^2 + 6x + 1$ است. نمودار سهمی $y = (2a+1)x^2 - x$ از کدام ناحیه مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

محل انجام محاسبات

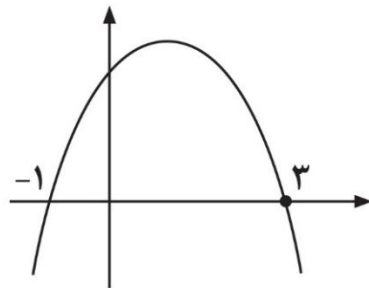
۹- ریشه‌های معادله $x^2 + bx + c = 0$ از سه برابر هریک از ریشه‌های معادله $3x = 1 + \frac{1}{x}$ ، دو واحد کمتر است. $b+c$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۱۰- نمودار سهمی $y = 2x^2 - 10x + m$ از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند. حداقل m کدام است؟

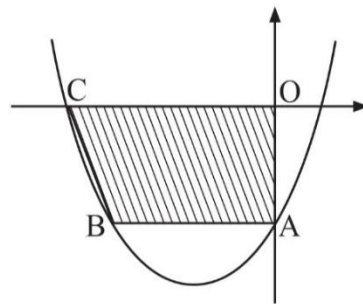
- (۱) $\frac{25}{2}$ (۲) $\frac{25}{4}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۱۱- نمودار سهمی f به صورت مقابل است. اگر α و β ریشه‌های معادله $f(x) + f(0) = 0$ باشند، ریشه‌های کدام معادله زیر $\alpha+1$ و $\beta+1$ است؟



- (۱) $x^2 - 3x = 0$
 (۲) $x^2 - 3x - 4 = 0$
 (۳) $x^2 - 4x = 0$
 (۴) $x^2 - 4x - 3 = 0$

۱۲- نمودار سهمی $f(x) = x^2 + 2x - 8$ به صورت زیر است. مساحت ذوزنقه هاشورخورده چقدر است؟



- (۱) ۶
 (۲) ۱۲
 (۳) ۲۴
 (۴) ۴۸

۱۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + mx - 1 = 0$ و α^2 و β^2 ریشه‌های معادله $x^2 + nx - 8 = 0$ باشند حاصل $m+n$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-47}{4}$ (۲) $\frac{-45}{4}$ (۳) $\frac{47}{4}$ (۴) $\frac{45}{4}$

۱۴- به کمک کدام تبدیلات از نمودار $y = 4f(\frac{x}{3})$ به $y = 3f(\frac{x}{4})$ رسیده‌ایم؟

- (۱) انبساط افقی، انبساط عمودی
 (۲) انقباض افقی، انقباض عمودی
 (۳) انبساط افقی، انقباض عمودی
 (۴) انقباض افقی، انبساط عمودی

۱۵- تابع $y = f(3 - \frac{x}{2})$ را نسبت به خط $x = 2$ قرینه کرده و سپس یک واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم ضابطه تابع بدست آمده کدام است؟

- (۱) $f(\frac{x-1}{2})$
 (۲) $f(\frac{x+3}{2})$
 (۳) $f(\frac{x+1}{2})$
 (۴) $f(\frac{x-3}{2})$

محل انجام محاسبات

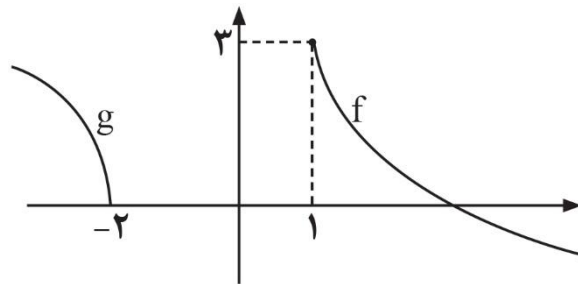
۱۶- با فرض $f(x) = x^2 + 4x$ ، کدام تابع ثابت است؟

- (۱) $y = f(4+x) - f(x)$
 (۲) $y = f(4-x) - f(x)$
 (۳) $y = f(x-4) - f(x)$
 (۴) $y = f(x-4) - f(-x)$

۱۷- نقطه $A(\alpha, 3)$ روی نمودار $y = 4 - 3f\left(\frac{-x}{2}\right)$ به کمک تبدیلات به نقطه $A'(1, \beta)$ روی نمودار $y = f(3-2x)$ رسیده است. $\alpha - \beta$ را بیابید.

- (۱) $\frac{4}{3}$
 (۲) $-\frac{5}{3}$
 (۳) $-\frac{7}{3}$
 (۴) $\frac{1}{3}$

۱۸- فقط به کمک دو تبدیل انتقال و قرینه‌یابی از نمودار f به نمودار g در شکل زیر رسیده‌ایم.



کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $g(x) - f(-x-1) = 3$
 (۲) $g(x) + f(-x-1) = 3$
 (۳) $g(x) + f(-x+1) = 3$
 (۴) $g(x) - f(-x+1) = 3$

۱۹- تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را ابتدا نسبت به خط $y = x$ و سپس نسبت به مبدا مختصات قرینه می‌کنیم و تابع $y = g(x)$ بدست می‌آید. نقاط A و B نقاط تلاقی دو تابع f و g می‌باشند. اندازه پاره خط AB کدام است؟

- (۱) ۲
 (۲) $\sqrt{2}$
 (۳) $\sqrt{3}$
 (۴) ۳

۲۰- تابع $f(x) = 3 - \sqrt{2-x}$ مفروض است. با کدام شرط نمودار تابع $y = a - f(x+b)$ محورهای مختصات را قطع نمی‌کند؟

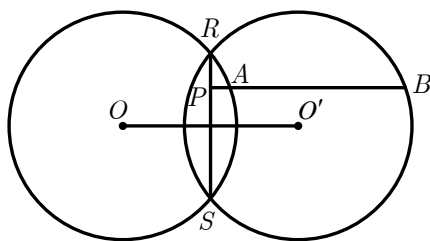
- (۱) $b < -2, a > 3$
 (۲) $a > 3, b > 2$
 (۳) $b > 2, a < -3$
 (۴) $a < -3, b < -2$

۲۱- دو دایره به شعاع یکسان و مراکز O و Q ، در نقطه T مماس خارجند. وترهای TM و TN به ترتیب از دو دایره O و Q بر یکدیگر عمودند. چهارضلعی $MNQO$ کدام است؟

- (۱) مستطیل
 (۲) متوازی‌الاضلاع
 (۳) لوزی
 (۴) نامشخص

محل انجام محاسبات

۲۲- پاره خط RS وتر مشترک دو دایره هم‌نهشت O و O' می‌باشد. از نقطه‌ی P بر روی RS ، پاره خطی عمود بر آن رسم شده و دو دایره را در A و B قطع کرده است. کدام گزینه



درباره نسبت $\frac{AB}{OO'}$ صحیح است؟

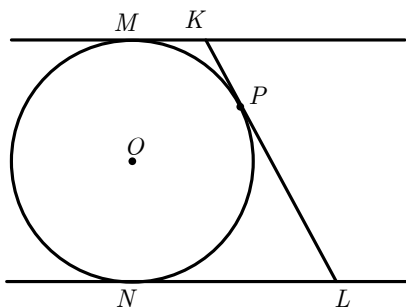
(۲) $\frac{AB}{OO'} > 1$

(۱) $\frac{AB}{OO'} < 1$

(۴) $\frac{AB}{OO'} = 1$

(۳) $1 < \frac{AB}{OO'} < 2$

۲۳- در شکل سه مماس بر دایره‌ای به مرکز O رسم شده است و دو تای آن‌ها موازی‌اند.



کدام گزینه درباره زاویه \hat{KOL} صحیح است؟

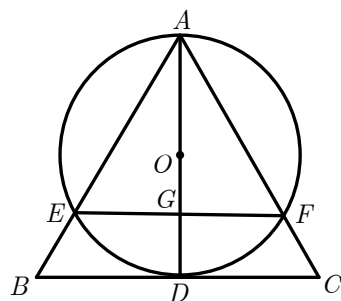
(۱) 45°

(۲) 60°

(۳) 90°

(۴) 75°

۲۴- ارتفاع AD از مثلث متساوی‌الاضلاع ABC قطر دایره به مرکز O می‌باشد. نسبت



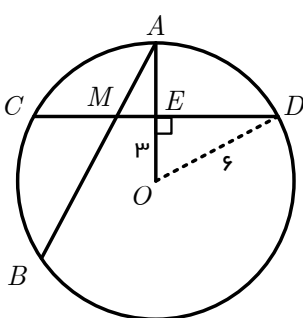
EF به BC کدام است؟

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{4}{5}$



۲۵- در شکل مقابل، وتر CD رسم شده است و نقطه E

وسط این وتر از مرکز دایره به فاصله ۳ واحد از مرکز دایره

قرار دارد. از نقطه‌ی A ، وسط کمان CD ، وتر دلخواه AB

رسم می‌شود و وتر CD را در M قطع می‌کند. مقدار

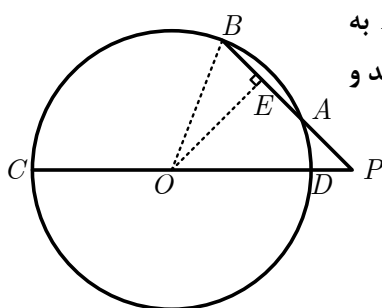
$AB \cdot AM$ کدام است؟

(۲) ۳۶

(۱) ۴۰

(۴) ۲۰

(۳) ۳۰



۲۶- در شکل قطر دایره را امتداد داده‌ایم تا پاره خط PC به

طول ۷۷ ایجاد شود. اگر طول پاره خط PB برابر ۳۳ باشد و

شعاع دایره برابر ۳۷ باشد، زاویه \hat{P} کدام است؟

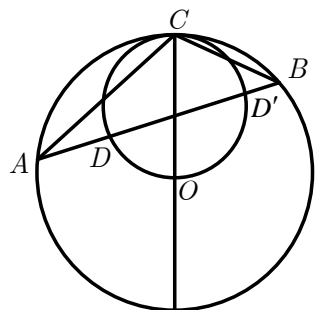
(۲) 60°

(۱) 45°

(۴) 75°

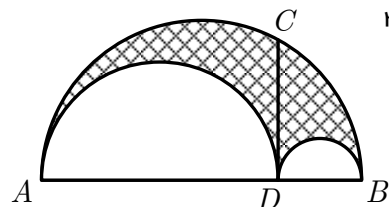
(۳) 30°

محل انجام محاسبات



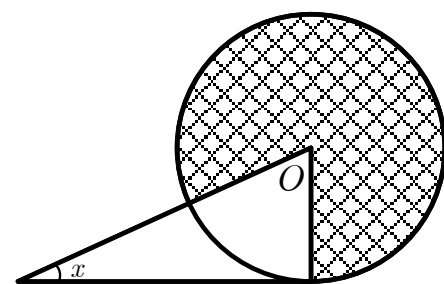
۲۷- مثلث ABC در دایره بزرگ محاط است و دایره کوچک، به قطر OC رسم شده است. اگر $AD = 3$ و $DB = 4$ باشد، آن گاه طول CD کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$
 (۲) $2\sqrt{3}$
 (۳) 5
 (۴) $2\sqrt{5}$



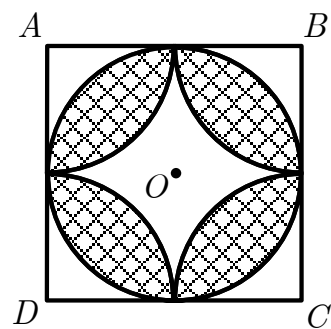
۲۸- در شکل اگر مساحت ناحیه هاشور خورده برابر 27π باشد، طول پاره خط CD کدام است؟

- (۱) $5\sqrt{3}$
 (۲) $6\sqrt{3}$
 (۳) 9
 (۴) 10



۲۹- در شکل مقابل، مماسی بر دایره و امتداد یک شعاع آن، تشکیل یک مثلث داده‌اند. اگر شعاع دایره برابر ۴ و مساحت ناحیه هاشور خورده برابر 14π باشد، زاویه x کدام است؟

- (۱) 45°
 (۲) 60°
 (۳) 30°
 (۴) 75°



۳۰- مربع $ABCD$ به ضلع ۲ مفروض است. تقاطع چهار ربع دایره و دایره‌ی محاط در مربع، ناحیه هاشور خورده را ایجاد کرده است. مساحت این ناحیه کدام است؟

- (۱) $4 - \frac{3\pi}{2}$
 (۲) $2\pi - 4$
 (۳) $4 - \frac{\pi}{2}$
 (۴) $4 - \frac{4\pi}{3}$

دانش‌آموزان اساتید «شریف خطیبی» و «پیش‌نماز»
 به این سری از سوالات (سری ۱) پاسخ دهند.

 ۳۱- چند عدد طبیعی مانند n در بازه‌ی $[۱۴۴۴, ۲۰۲۳]$ وجود دارد که $\frac{n^2(n+1)^2}{۴}$ عددی زوج

شود؟

۲۸۹ (۱) ۲۹۰ (۲) ۲۹۱ (۳) ۲۹۲ (۴)

 ۳۲- در چه تعداد از حالات زیر دو گزاره‌ی P و Q هم‌ارزند:

$x: P$ برابر ۲ است $x^2: Q$ برابر ۴ است
--

۳ (۴)

$n: P$ مضرب ۹ است $n^2: Q$ مضرب ۲۷ است

۲ (۳)

$n: P$ فرد است $n^2: Q$ فرد است

۱ (۲)

۰ (۱)

 ۳۳- برای اثبات این‌که از بین اعداد $n, n+1$ و $n+2$ یکی بر ۳ بخش پذیر است. از کدام رابطه‌ی هم‌ارزی استفاده می‌کنیم؟

$$(۱) \quad (p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

$$(۲) \quad (p \vee q \vee r) \Rightarrow s \equiv (p \Rightarrow s) \wedge (q \Rightarrow s) \wedge (r \Rightarrow s)$$

$$(۳) \quad (p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$$

$$(۴) \quad (p \vee q \vee r) \Rightarrow s \equiv (p \Rightarrow s) \vee (q \Rightarrow s) \vee (r \Rightarrow s)$$

۳۴- جاهای خالی جملات زیر با کدام گزینه به‌درستی تکمیل می‌شود؟

 «برای حکم اگر A, B و C سه مجموعه باشند به‌طوری که $A \cup B = A \cup C$ ، آنگاه $B = C$ از استفاده می‌کنیم.»

(۱) اثبات- روش بازگشتی

(۲) اثبات- در نظر گرفتن تمام حالت‌ها

 (۳) رد کردن- مثال نقض $A = \{۱, ۲, ۳\}$ و $B = \{۲, ۳, ۴\}$ و $C = \{۳, ۴, ۵\}$

 (۴) رد کردن- مثال نقض $A = \{۱, ۲, ۳\}$ و $B = \{۲, ۳\}$ و $C = \{۱, ۳\}$

 ۳۵- فرض کنید a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند. حداقل مقدار k چقدر باشد تا بتوان

 درستی نامساوی $a^2 + \delta b^2 + k \geq a + b + 2ab$ را به‌روش اثبات بازگشتی نشان داد؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

 ۳۶- اگر x و y و z اعداد مثبت باشند، کمترین مقدار عبارت A به شکل زیر کدام است؟

$$A = \frac{3}{8} (x+y)(x+z)(y+z)$$

$$(۱) \quad 3xyz$$

$$(۲) \quad 2xyz$$

$$(۳) \quad \frac{2}{3}xyz$$

$$(۴) \quad \frac{3}{2}xyz$$

محل انجام محاسبات

۳۷- در کدام گزینه دو حکم داده شده هم ارزند؟

(۱) " n^2 مضرب ۲۵ باشد" و " n مضرب ۲۵ باشد."

(۲) " $x+y=1$ " و " $x^2+y^2=1$ "

(۳) " $\frac{a-b}{1-ab} > -1$ " با فرض $0 < a < b < 1$ و " $(1-b)(a+1) > 0$ "

(۴) " x, y بر ۵ بخش پذیر باشند" و " $x+y$ بر ۵ بخش پذیر است."

۳۸- برای اثبات درستی گزاره $x^2 + \frac{5}{2}y^2 + 5z^2 \geq 2xy - 3xz + yz$ به روش بازگشتی به

رابطه $(x-my)^2 + (x+nz)^2 + (y+kz)^2 \geq 0$ رسیده ایم. حاصل عبارت $m+n-k$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) -۳ (۴) -۱

۳۹- به ازای چند عدد حقیقی و ناصفر a و b رابطه $\frac{4}{a+b} = \frac{4}{a} + \frac{4}{b}$ برقرار است؟

($a+b \neq 0$)

(۱) هیچ مقدار a و b

(۲) فقط یک مقدار a و یک مقدار b

(۳) هیچ مقدار a و یک مقدار b

(۴) بی شمار مقدار برای a و b

۴۰- اگر m عددی گویا و n عددی گنگ باشد و $\frac{m}{n}$ نیز عددی گویا باشد، چه تعداد از موارد

زیر لزوما گنگ هستند؟

(الف) m^n (ب) $mn^2 + m$ (ج) $m^2 + 2n$ (د) $3mn$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

دانش آموزان استاد «ایزدپناه» به این سری از سوالات (سری ۲) پاسخ دهند.

۳۱- گزاره $p \vee [(p \Rightarrow q) \wedge q]$ هم ارز کدام گزاره است؟

(۱) $q \Rightarrow p$ (۲) $p \Rightarrow q$

(۳) $\sim p \Rightarrow q$ (۴) $q \Rightarrow \sim p$

۳۲- اگر گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست و گزاره $\sim r$ درست باشد، کدام گزاره همواره درست است؟

(۱) $(\sim q \Leftrightarrow r) \Leftrightarrow p$ (۲) $(p \vee q) \Rightarrow r$

(۳) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ (۴) $(q \Rightarrow p) \Leftrightarrow r$

۳۳- گزاره $p \Rightarrow (q \vee \sim r) \Rightarrow p$ هم ارز با کدام یک از گزاره های زیر است؟ (T گزاره درست و F گزاره نادرست است.)

(۱) T (۲) T (۳) F (۴) $\sim p$

محل انجام محاسبات

۳۴- گزاره‌ی $[(q \Rightarrow p) \Rightarrow q] \wedge [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$ هم‌ارز منطقی با کدام‌یک از گزاره‌های زیر

است؟

p (۲) T (۱)

$p \wedge q$ (۴) q (۳)

۳۵- اگر گزاره‌ی درست و q و r گزاره‌های دلخواه باشند، کدام‌یک از گزاره‌های زیر همیشه

درست است؟

$(p \vee q) \Rightarrow (r \vee q)$ (۲) $p \Rightarrow (q \wedge r)$ (۱)

$(p \wedge q) \Rightarrow (r \wedge q)$ (۴) $r \Rightarrow (p \vee q)$ (۳)

۳۶- چند عدد طبیعی مانند n در بازه‌ی $[۱۴۴۴, ۲۰۲۳]$ وجود دارد که $\frac{n^2(n+1)^2}{۴}$ عددی

زوج شود؟

۲۹۲ (۴) ۲۹۱ (۳) ۲۹۰ (۲) ۲۸۹ (۱)

۳۷- در چه تعداد از حالات زیر دو گزاره‌ی P و Q هم‌ارزند:

$x: P$ برابر ۲ است

$n: P$ مضرب ۹ است

$n: P$ فرد است

$x^2: Q$ برابر ۴ است

$n^2: Q$ مضرب ۲۷ است

$n^2: Q$ فرد است

۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) ۰ (۱)

۳۸- برای اثبات این که از بین اعداد $n, n+1$ و $n+2$ یکی بر ۳ بخش پذیر است. از کدام

رابطه‌ی هم‌ارزی استفاده می‌کنیم؟

$(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ (۱)

$(p \vee q \vee r) \Rightarrow s \equiv (p \Rightarrow s) \wedge (q \Rightarrow s) \wedge (r \Rightarrow s)$ (۲)

$(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$ (۳)

$(p \vee q \vee r) \Rightarrow s \equiv (p \Rightarrow s) \vee (q \Rightarrow s) \vee (r \Rightarrow s)$ (۴)

۳۹- جاهای خالی جملات زیر با کدام گزینه به درستی تکمیل می‌شود؟

«برای حکم اگر A, B و C سه مجموعه باشند به طوری که $A \cup B = A \cup C, A \cap B = A \cap C$ ، آنگاه

$B = C$ ، از استفاده می‌کنیم.

(۱) اثبات- روش بازگشتی

(۲) اثبات- در نظر گرفتن تمام حالت‌ها

(۳) رد کردن- مثال نقض $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{2, 3, 4\}$ و $C = \{3, 4, 5\}$

(۴) رد کردن- مثال نقض $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{2, 3\}$ و $C = \{1, 3\}$

۴۰- فرض کنید a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند. حداقل مقدار k چقدر باشد تا بتوان

درستی نامساوی $a^2 + 5b^2 + k \geq a + b + 2ab$ را به روش اثبات بازگشتی نشان داد؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)